Практическое занятие 3 «СИСТЕМЫ ЛОГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (СЛУ)»

Релейно-контактные схемы (РКС)

Математический аппарат:
Алгебра Буля
(Бинарная алгебра)

Два устойчивых состояния:
0 или 1
Правда или Ложь
True или False

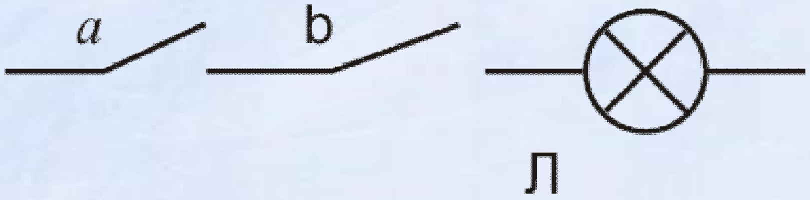
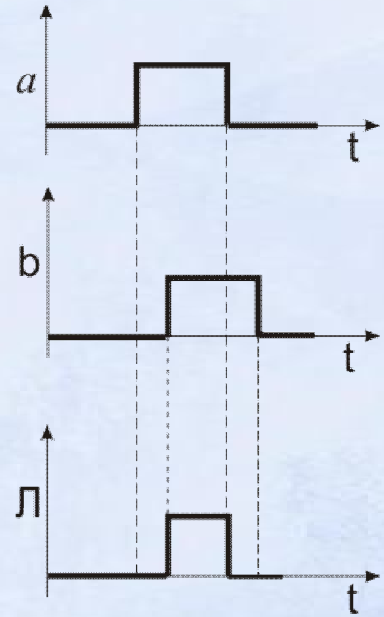
Джордж Буль

(2.11.1815 – 8.12.1864)

1. Основные операции в алгебре РКС:

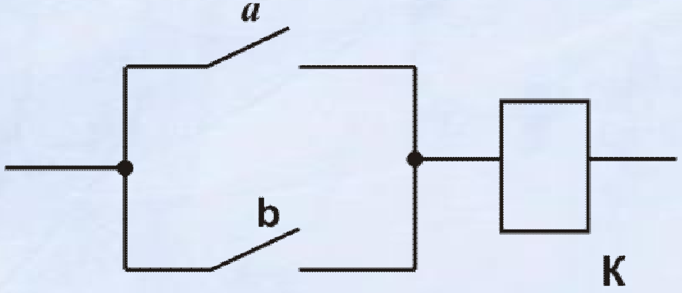
- логическое сложение (дизъюнкция) - «ИЛИ»;
- логическое умножение (конъюнкция) - «И»;
- логическое отрицание (инверсия) - «НЕ».

Логическое умножение (конъюнкция) - «И»

<table>
<tr><th>РКС</th><th>Таблица состояний</th><th>Временные диаграммы</th></tr>
<tr><td>
</td><td rowspan="3"><table>
<tr><th>a</th><th>b</th><th>Л</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
</table></td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>Логическая функция</td></tr>
<tr><td>$Л = a \cdot b$
$Л = a \wedge b$
$Л = a \,\&\, b$</td></tr>
</table>

Логическое сложение (дизъюнкция) - «ИЛИ»

РКС



Логическая функция

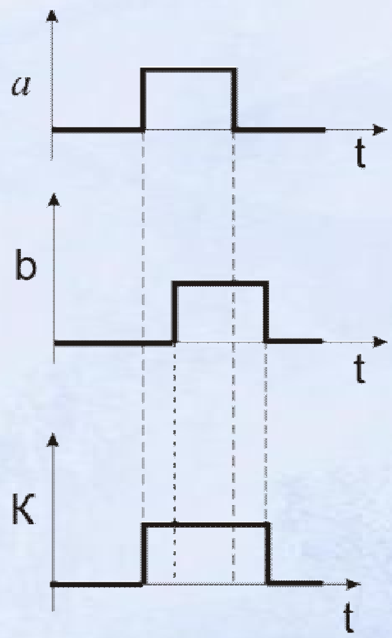
$$K = a + b$$

$$K = a \vee b$$

Таблица состояний

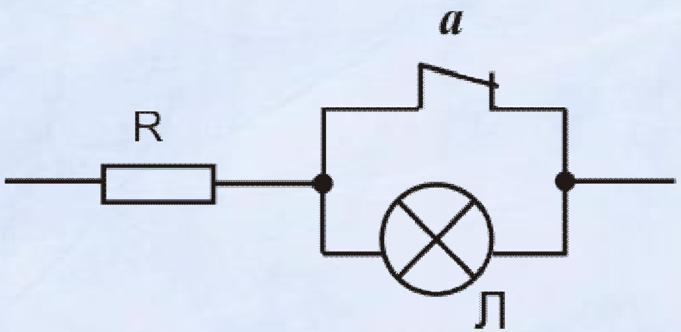
a	*b*	*К*
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Временные диаграммы



Логическое отрицание (инверсия) - «НЕ»

РКС



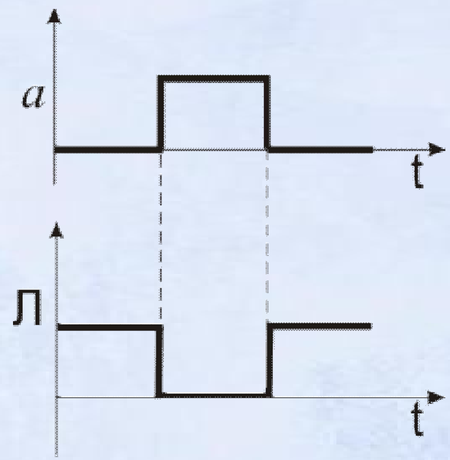
Логическая функция

$$Л = \bar{a}$$

Таблица состояний

a	Л
0	
1	

Временные диаграммы



Таблицы состояний для «И», «ИЛИ», «НЕ»

«И»

a	*b*	*Л*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

«ИЛИ»

a	*b*	*К*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

«НЕ»

a	**Л**
0	1
1	0

Основные законы алгебры Буля:

Переместительный (коммутативный)

а) относительно логического умножения: $a\ b=b\ a$;

б) относительно логического сложения: $a+b=b+a$;

Сочетательный (ассоциативный)

а) относительно логического умножения: $(a\ b)c=(a\ c)b$;

б) относительно логического сложения: $(a+b)+c=a+(b+c)$;

Распределительный (дистрибутивный)

а) относительно логического умножения: $(a+b)c=a\ c+b\ c$;

б) относительно логического сложения: $a\ b+c=(a+c)(b+c)$.

Основные аксиомы алгебры Буля:

$\overline{0} = 1$	$1 \cdot 0 = {}_{;}0$	1+1= 1;
$\overline{1} = 0$	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \cdot 0 = 0$
1+0=1	0+0=0	

Основные законы алгебры Буля:

Законы нулевого множества: $0\,a = 0$; $0\,a\,b \ldots k = 0$; $0 + a = a$.

Законы универсального множества: $1\,a = a$; $1 + a = 1$; $1 + a + b + \ldots + k = 1$.

Законы повторения: $a\,a\,a \ldots a = a$; $a + a + a + \ldots + a = a$

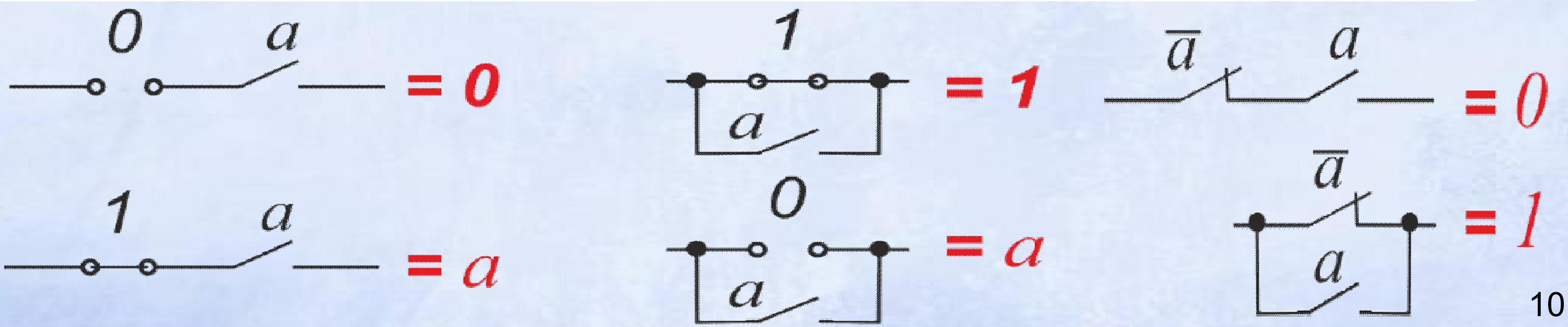
Законы дополнительности: $a \cdot \bar{a} = 0$; $a + \bar{a} = 1$.

Законы инверсии: $\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$; $\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$.

Законы поглощения: $a\,(a+b) = a$; $a + a\,b = a$; $a(\bar{a} + b) = a \cdot b$; $a + \bar{a} \cdot b = a + b$.

Закон двойного отрицания: $\bar{\bar{a}} = a; \bar{\bar{0}} = 0; \bar{\bar{1}} = 1$.

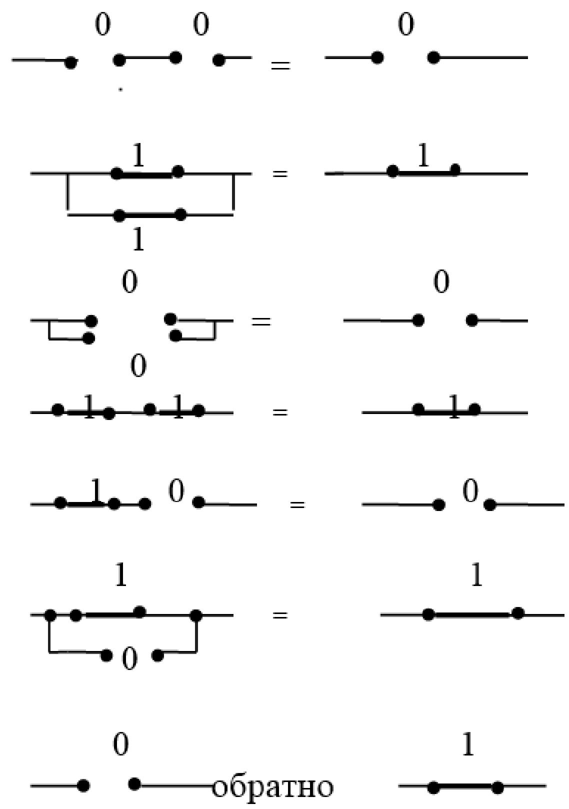
Законы склеивания: $a \cdot b + a \cdot \bar{b} = a$; $(a + \bar{b}) \cdot (a + b) = a$.



Основные законы алгебры Буля:

Основные аксиомы и законы алгебры логики

№ п/п	Наименование	Формулы	Схемы
1	2	3	4
1:·	Аксиомы	$0 \cdot 0 = 0$	
		$1+1=1$	
		$0+0=0$	
		$1 \cdot 1 = 1$	
		$1 \cdot 0 = 0$	
		$1+0=1$	
		$\overline{0} = 1$	



Доказательство теоремы: $\overline{a \cdot \mathrm{b}} = \overline{\mathrm{a}} + \overline{\mathrm{b}};$

1	2	3	4	5	6	7
a	b	a b	$\overline{a \cdot b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a} + \overline{b}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1					
1	0					
1	1					

Заполнить самостоятельно!

Все теоремы в алгебре Буля доказываются методом перебора!!!

Законы инверсии справедливы для любого числа переменных, причем представленных как в нормальной, так и инверсной форме:

$$\overline{\bar{a}\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}}=\bar{\bar{a}}+\bar{\bar{b}}+\bar{\bar{c}}=a+b+c \qquad \overline{a+0}=\bar{a}\cdot\bar{0}=\bar{a}\cdot 1=\bar{a}$$

$$\overline{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}=\bar{\bar{a}}\cdot\bar{\bar{b}}\cdot\bar{\bar{c}}=a\cdot b\cdot c \qquad \overline{a\cdot 1}=\bar{a}+\bar{1}=\bar{a}+0=\bar{a}$$

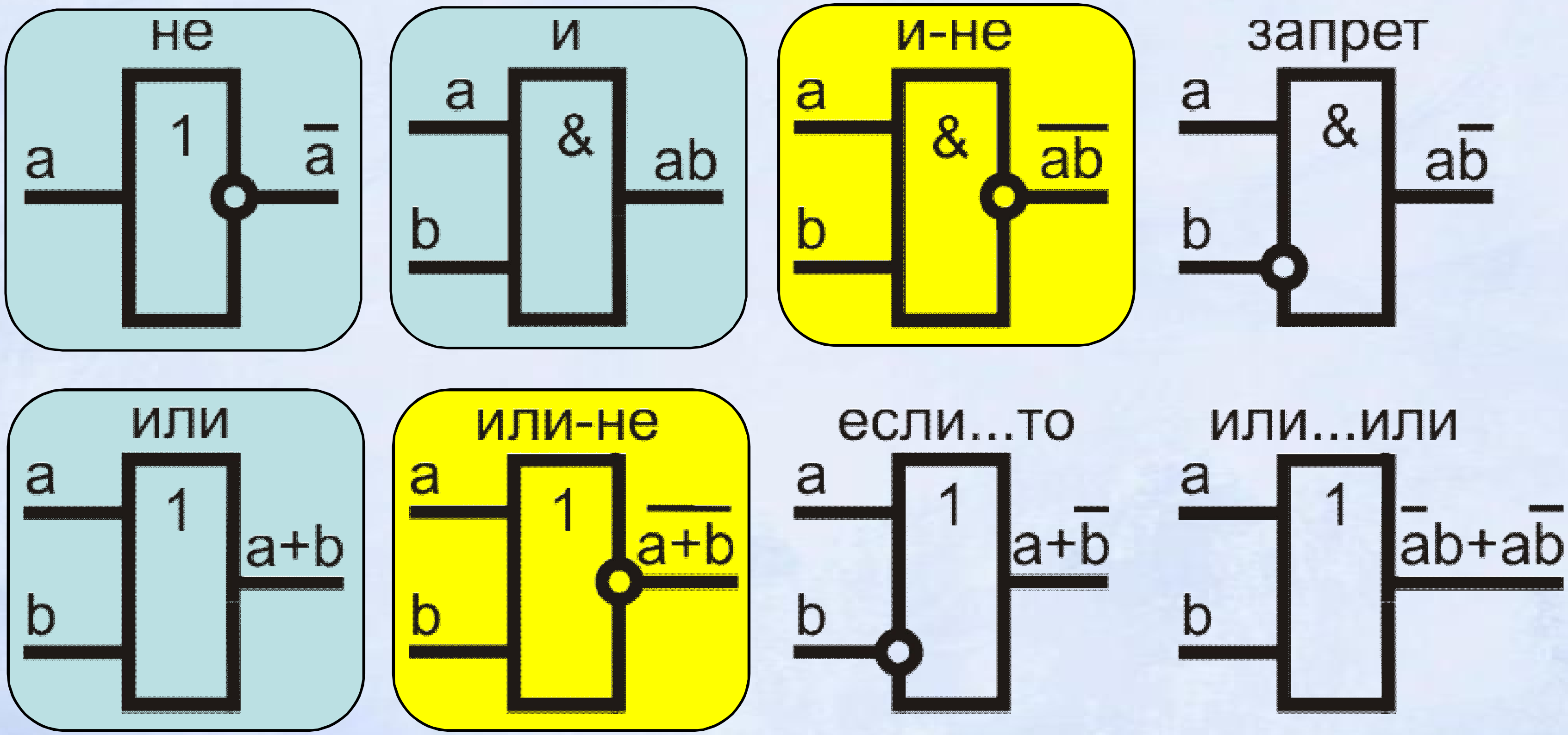
$$\overline{a+b\cdot c+\bar{d}}=\bar{a}\cdot\overline{b\cdot c}\cdot\bar{\bar{d}}=\bar{a}\left(\bar{b}+\bar{c}\right)d \qquad \overline{\overline{a\cdot b}\cdot c}=\overline{\overline{ab}}+\bar{c}=ab+\bar{c}$$

Доказать самостоятельно!!!

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

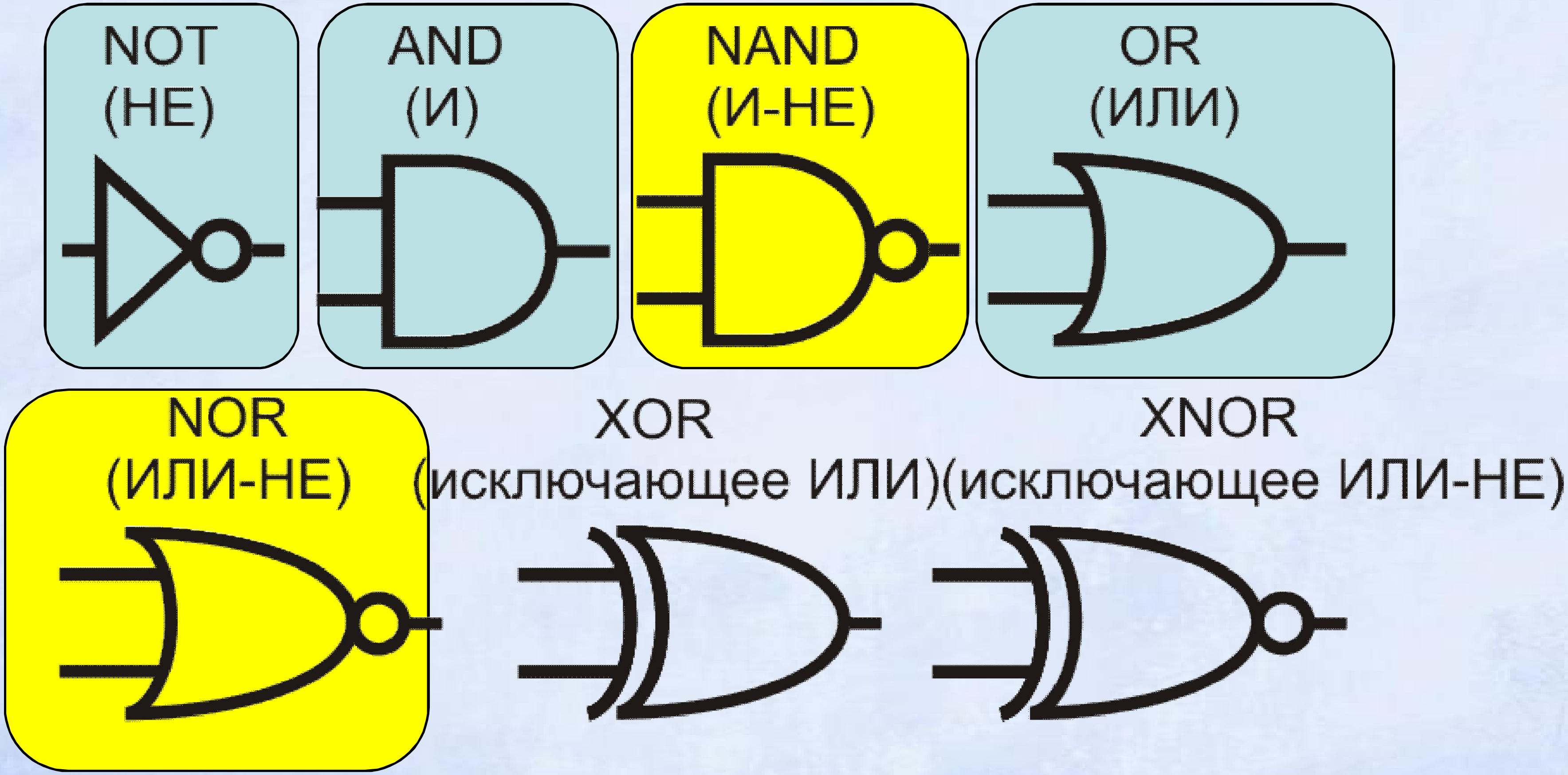
Тема: «Бесконтактные СЛУ»

Логические функции



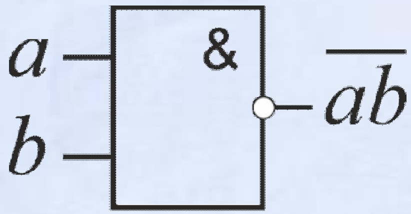
БЕСКОНТАКТНЫЕ СЛУ

Зарубежное обозначение логических функций

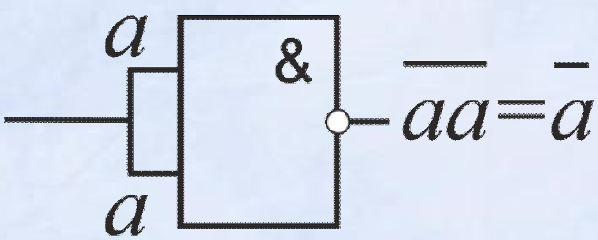


Реализация основных логических функций в базисе И-НЕ

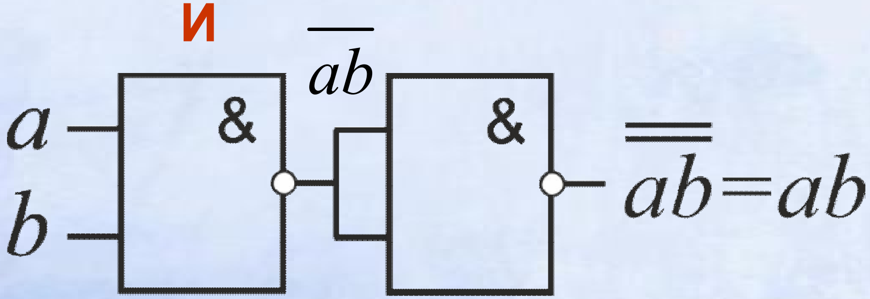
И-НЕ



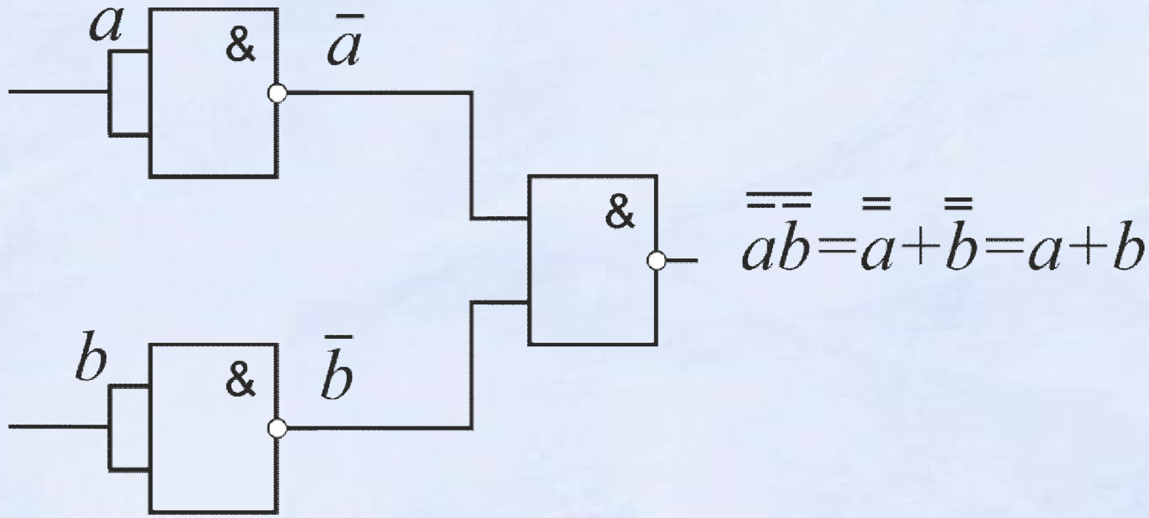
Инвертор



И



ИЛИ



Реализацию основных логических функций в базисе ИЛИ-НЕ выполнить самостоятельно